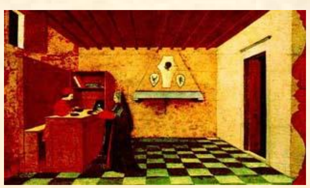
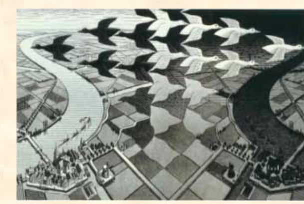
"Dovunque ci sono numeri c'è bellezza e siamo nelle immediate vicinanze dell'arte"
(Andreas Speiser)

Quando l'Arte incontra la Matematica





Viaggio alla scoperta della Matematica nell'Arte

a cura della prof.ssa Alessia Adinolfi

LA MATEMATICA DELL'ARTE

- Matematica come **linguaggio**:
  elementi matematici come **soggetto** o **struttura** di composizioni artistiche (*numeri* *e* *forme geometriche*)

- Matematica come **strumento tecnico**:
  regole e formule di rappresentazione
  - della realtà tridimensionale (*prospettiva*)
  - della bellezza (*simmetrie*, *sezione aurea*)

- Matematica come **strumento creativo:**
  computer graphic (*frattali*)

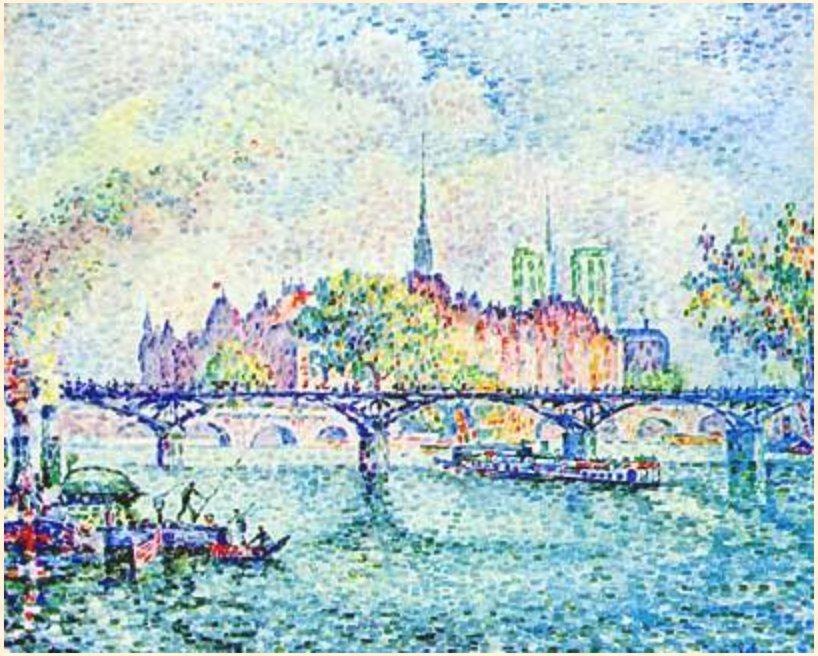
G. Balla, "*Numeri innamorati*", 1924

NUMERI D'AUTORE

Robert Indiana, *The figure 5*, 1963

Mario Merz, *Numeri in volo*, 1984
(Mole Antonelliana)

VISIONI PUNTUALI

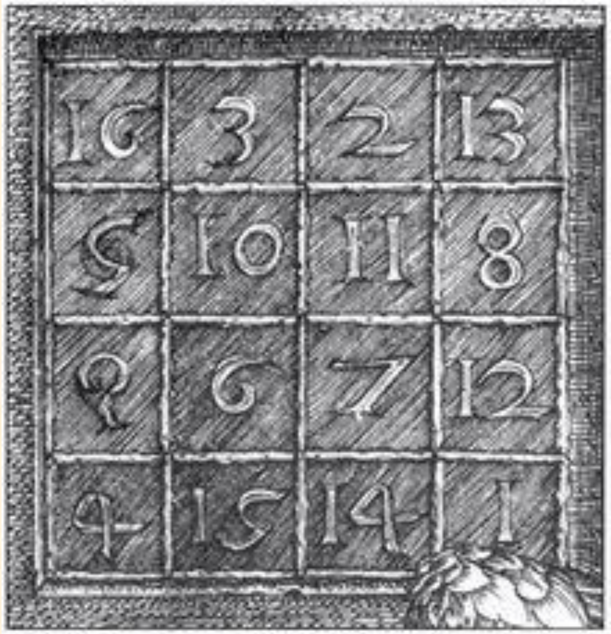


P**. Signac, "*Parigi, l'Ile de la Citè*"**

G. Seurat, "*La Senna e la Grande Jatte*", 1888

NUMERI MAGICI

Albrecht Dürer, *Melencolia I*, 1514



Costante magica = **34**

Formula

$$\frac{n(n^2+1)}{2} \quad \text{con } n = 4$$

CON RIGA E COMPASSO

Picasso, “*Ritratto di Fernande Olivier*” (1909)

Gleizes, “*Paesaggio*” (1913)

Picasso, “*Ragazza allo specchio*” (1932)

V. Van Gogh, "*Notte stellata*" (1889)

V. Kandisky, "*Blue painting*" (1924)

FRA SOLIDI E CURVE

H. Laurens, "*Il clown*" (1915)

L. Saffaro, "*Veduta di Trieste*", 1989

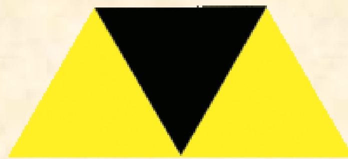
"*I solidi regolari sono i più begli oggetti dell'Universo, creati da Dio*" (Platone)

Perché non più di cinque?

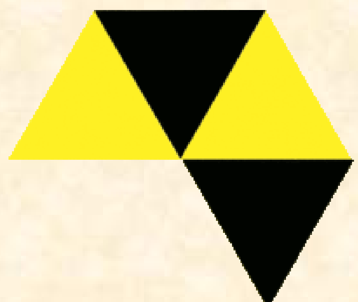
(Spiegazione intuitiva)

Soltanto il **triangolo equilatero**, il **quadrato** e il **pentagono regolare** possono essere facce di poliedri regolari; infatti in un vertice di un poliedro devono convergere almeno 3 facce che non stiano sullo stesso piano (ovvero somma dei loro angoli < 360°).

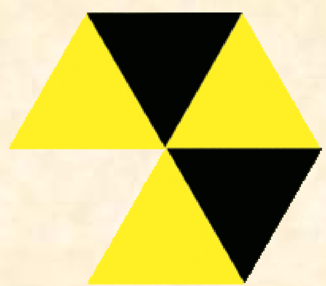
TRIANGOLO EQUILATERO (ogni angolo misura 60°)



3 facce in un vertice (3 x 60 = 180): **tetraedro** regolare

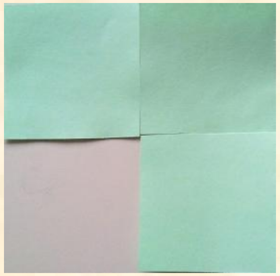


4 facce (4 x 60 = 240) in un vertice: **ottaedro** regolare



5 facce (5 x 60 = 300) in un vertice: **icosaedro** regolare.

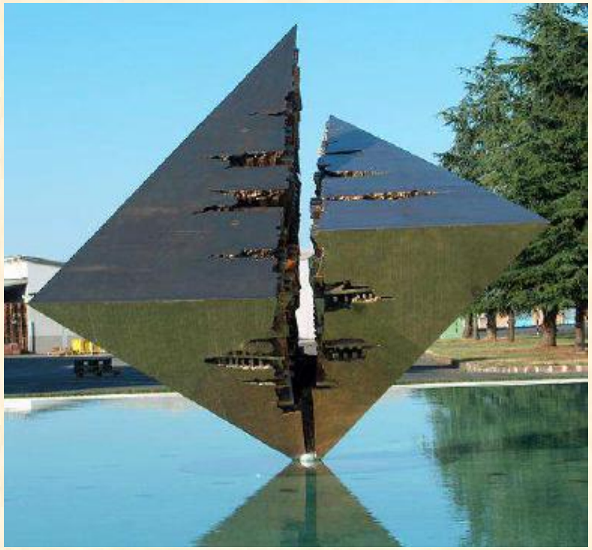
QUADRATO (ogni angolo misura 90°)



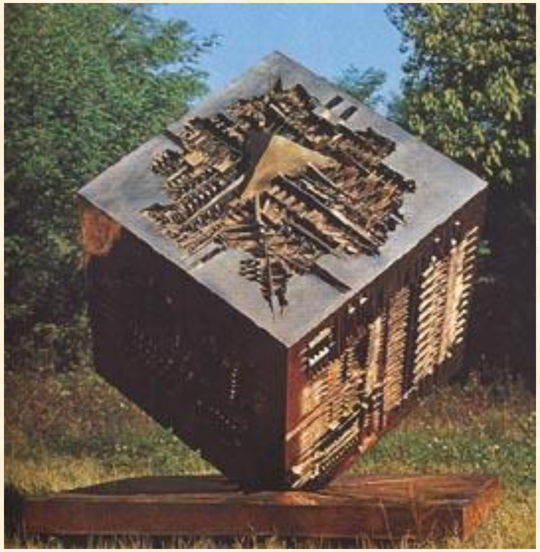
3 facce in un vertice (3 x 90 = 270): **cubo**

PENTAGONO REGOLARE (ogni angolo misura 108°)

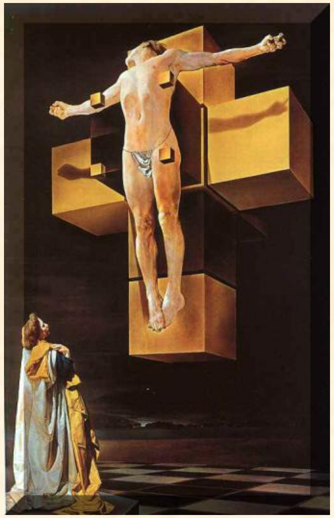
3 facce in un vertice (3 x 108 = 324): **dodecaedro regolare**



A. Pomodoro “*Tetraedro in bronzo*” (1926)

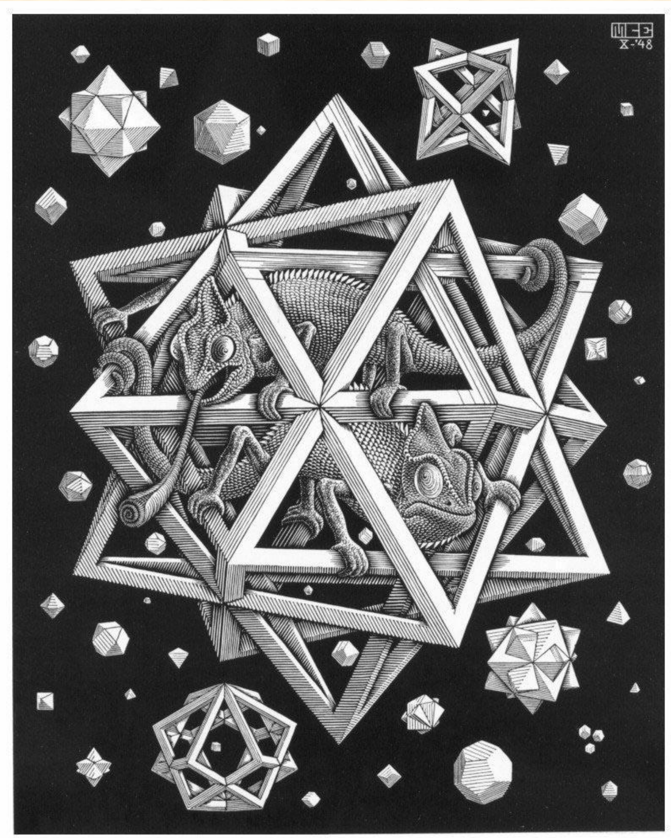


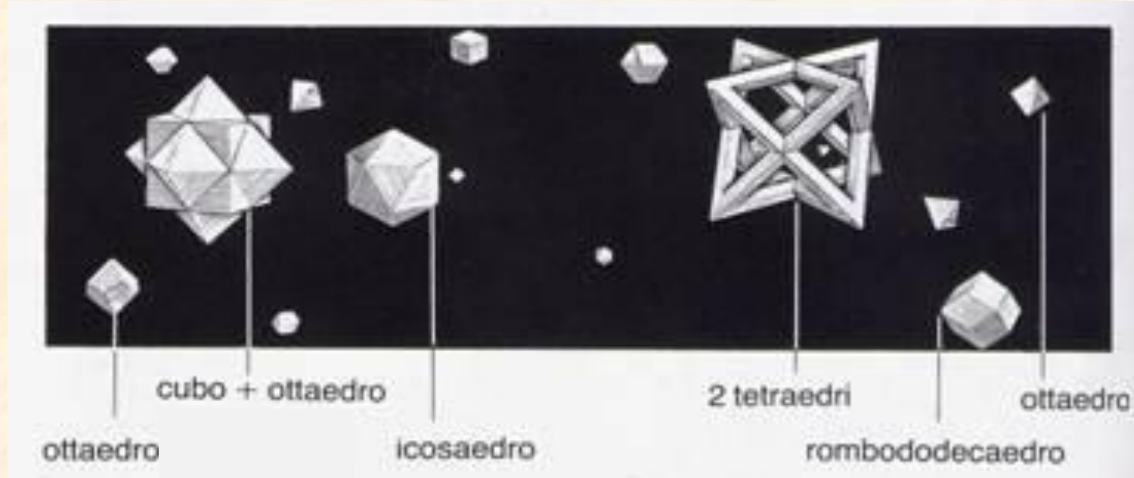
A. Pomodoro “*Cubo*” (1965-1975)

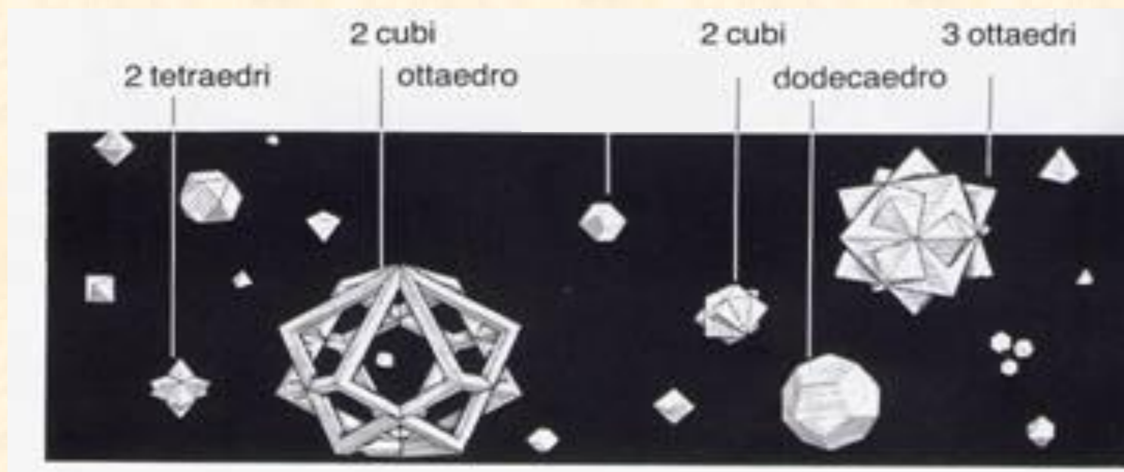


S. Dalì “*Corpus Hypercubus*” (1954)

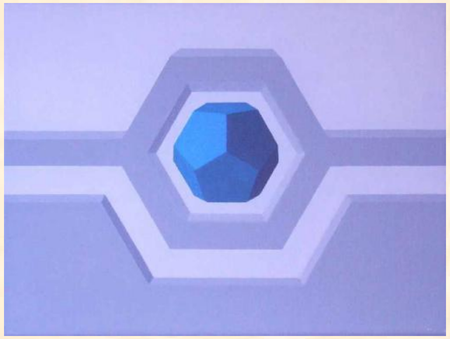
P. Ruffo “*Icosaedro*” (2012)





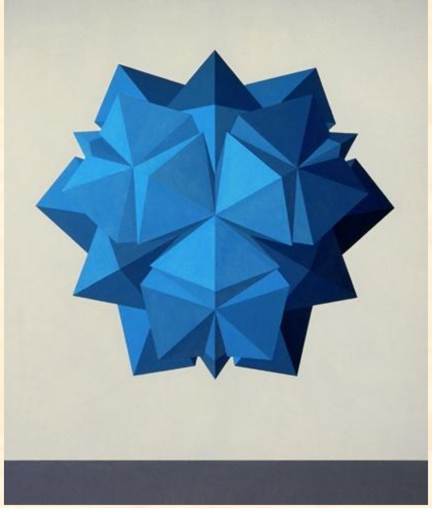


C. Escher, “*Stelle*” (1948)



“Piccolo olio”, 1989

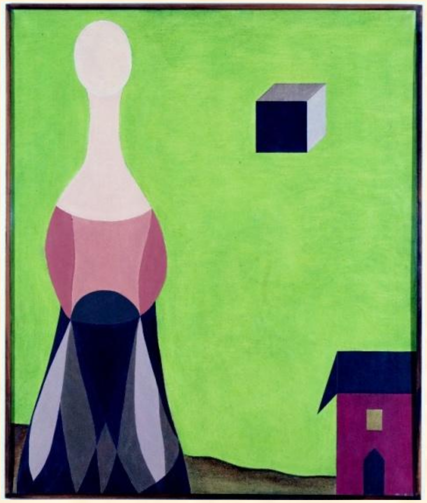
“Ritratto di Keplero”, 1967



“Il poliedro M2”, 1985

I POLIEDRI
DI LUCIO SAFFARO

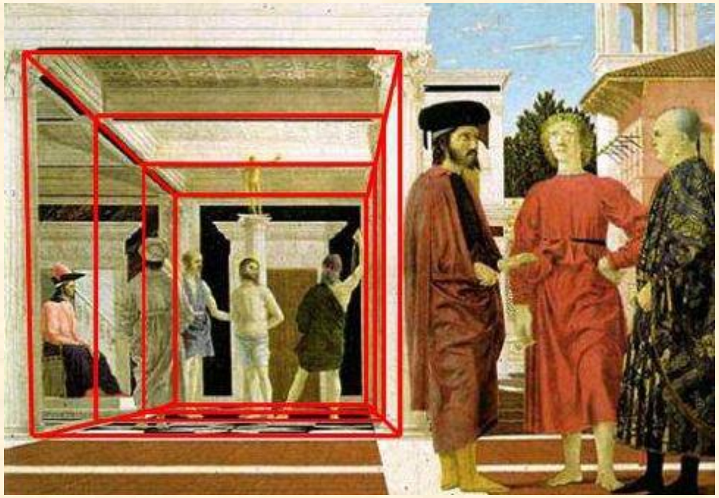
“L’icosaedro marino,” 1990



“Il limitato ritorno”, 1959

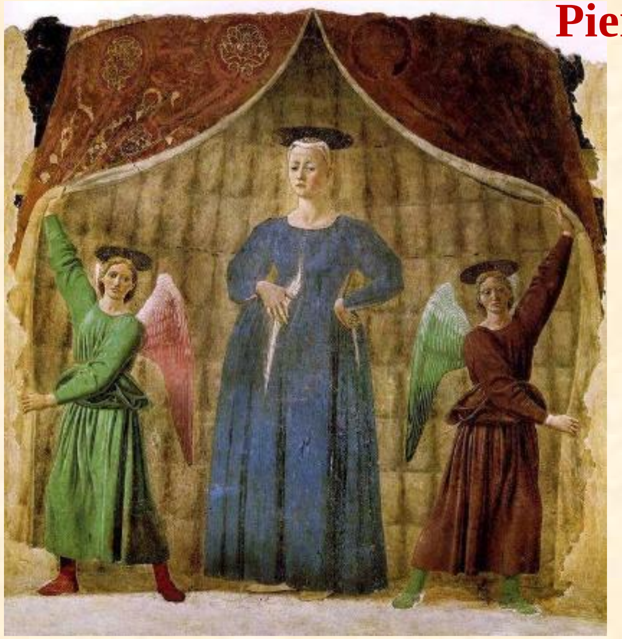
“La piramide e il tempio”, 1984
(omaggio a “ Lo sposalizio della Vergine”
di Raffaello)

“*Flagellazione*”, 1450-1460

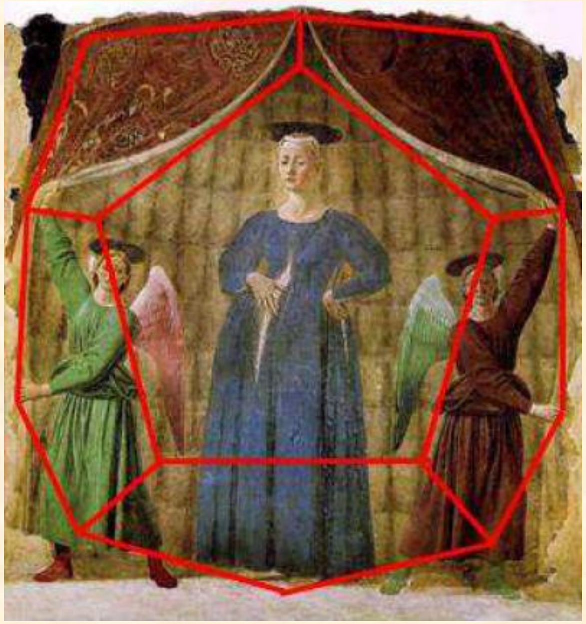


Cubi in prospettiva

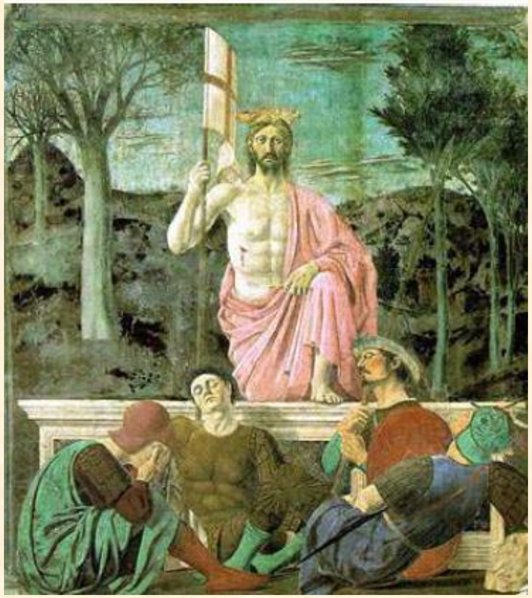
Strutturazione dello spazio in Piero della Francesca…



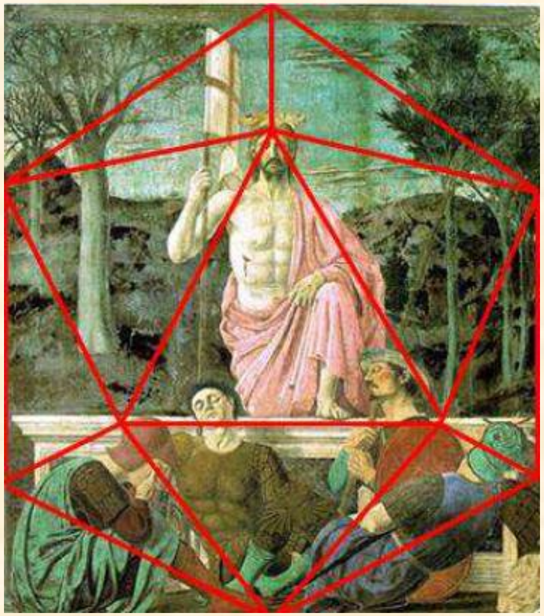
“*Madonna del parto*”, 1455-1465



Dodecaedro

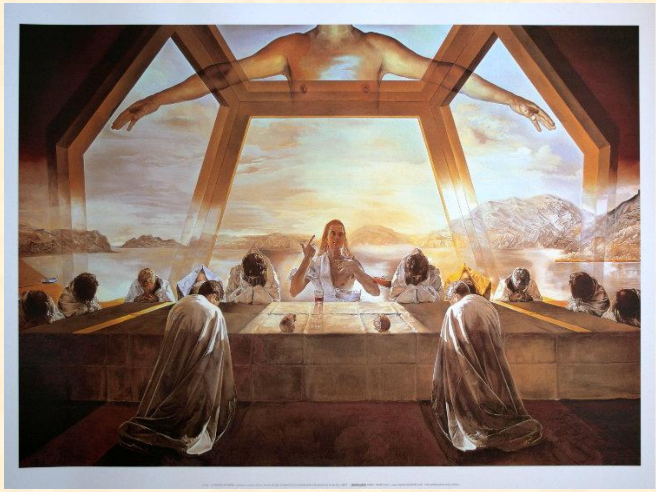


"*Resurrezione*", 1450-1463



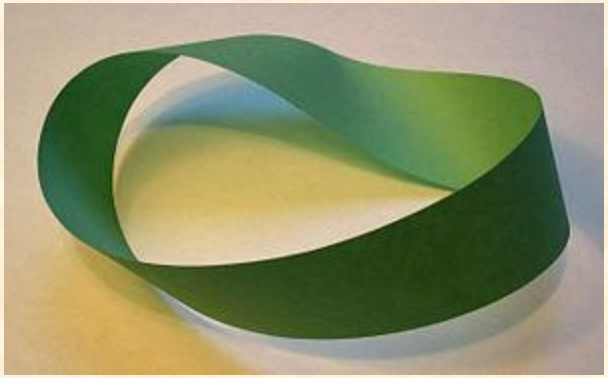
Icosaedro

… e Salvador Dalì

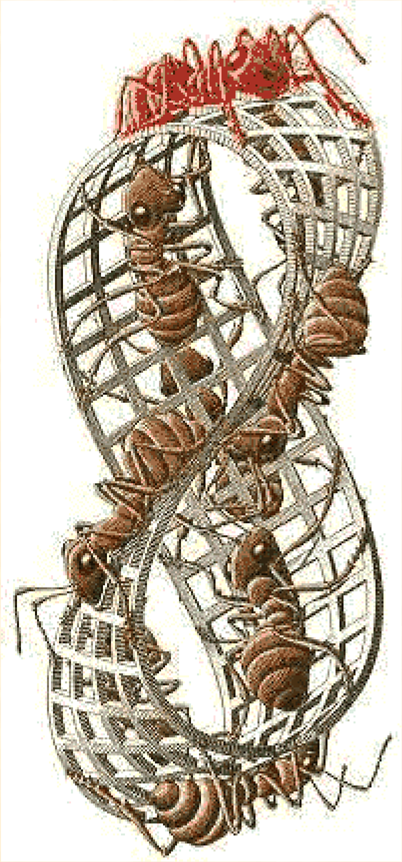


"*L'ultima cena*", 1955

IL NASTRO DI MOEBIUS



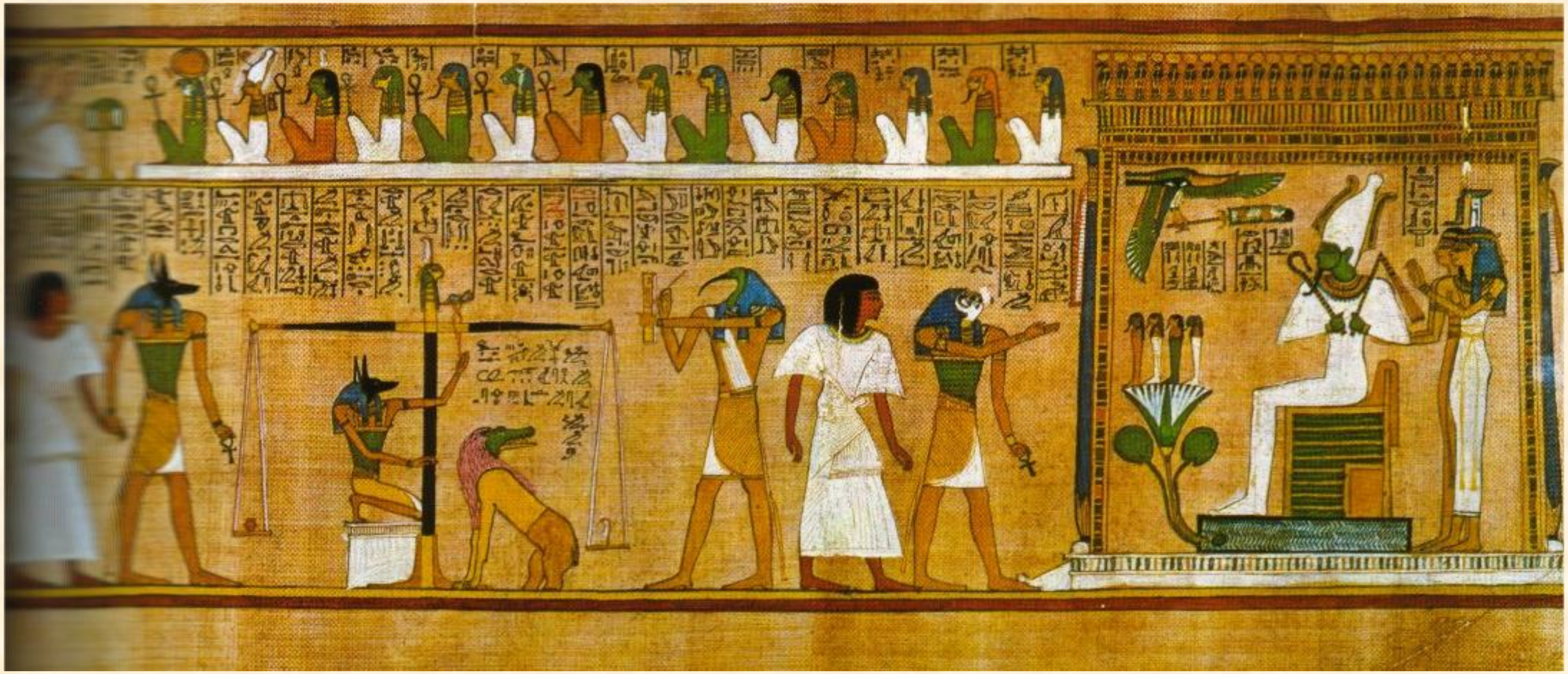
C.M. Escher,
Striscia di Moebius II, 1963



M. Bill,
Superficie senza fine, 1953-1956

Per approfondire …

Dalla prospettiva "*concettuale*" dell'Antico Egitto …



*"**La pesatura dell'anima**" dal Papiro del Libro dei Morti (~1600 a.C.), Torino, Museo Egizio*

…alla bidimensionalità simbolica dell’arte bizantina…

L’imperatore Giustiniano, 546-48, mosaico (Ravenna, San Vitale).

… alla prospettiva ottica "*intuitiva*" del XIV secolo

Giotto, *"Il festino di Erode",* 1320

*Simone Martini, “**Annunciazione**” (1333), Firenze, Uffizi*

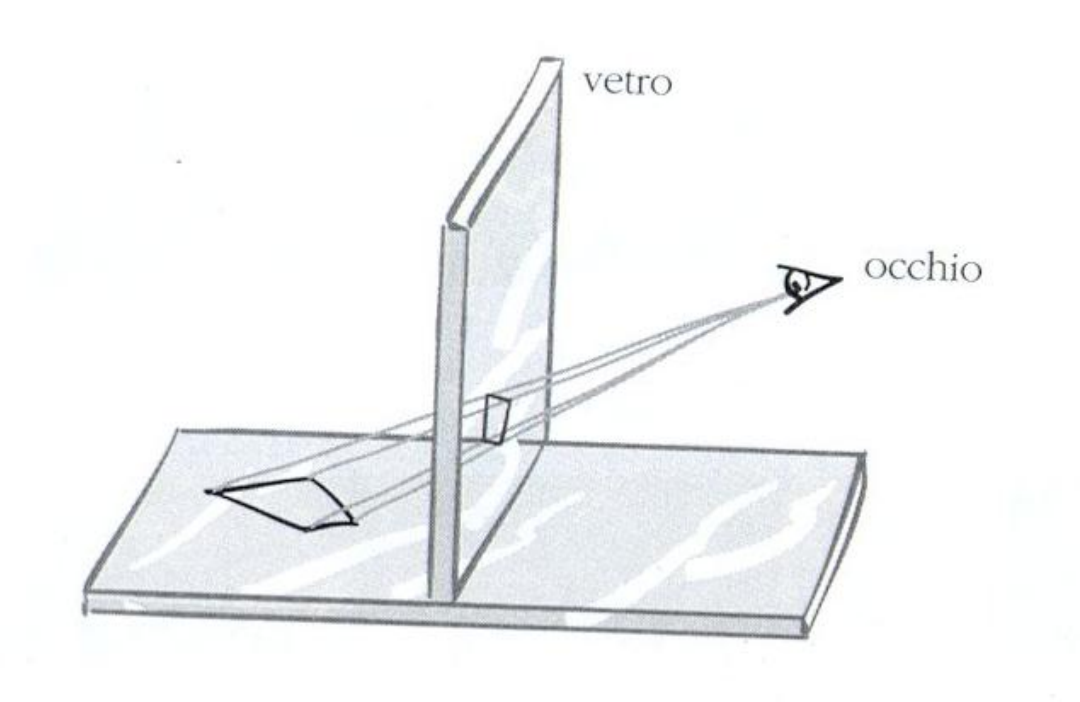
*Ambrogio Lorenzetti, "**Annunciazione**" (1344), Siena, Pinacoteca*

XV secolo: nasce la PROSPETTIVA LINEARE

Formulata da Filippo Brunelleschi (1417-1420)

Codificata da Leon Battista Alberti nel trattato "*De pictura*" (1435)

L’idea di partenza



“***Il quadro è un’intersezione della piramide visiva***”

Metodologia “meccanica” (A. Dürer)

Si richiede:

un mirino;

una lastra di vetro;

una rete di fili neri inquadrata da una cornice;

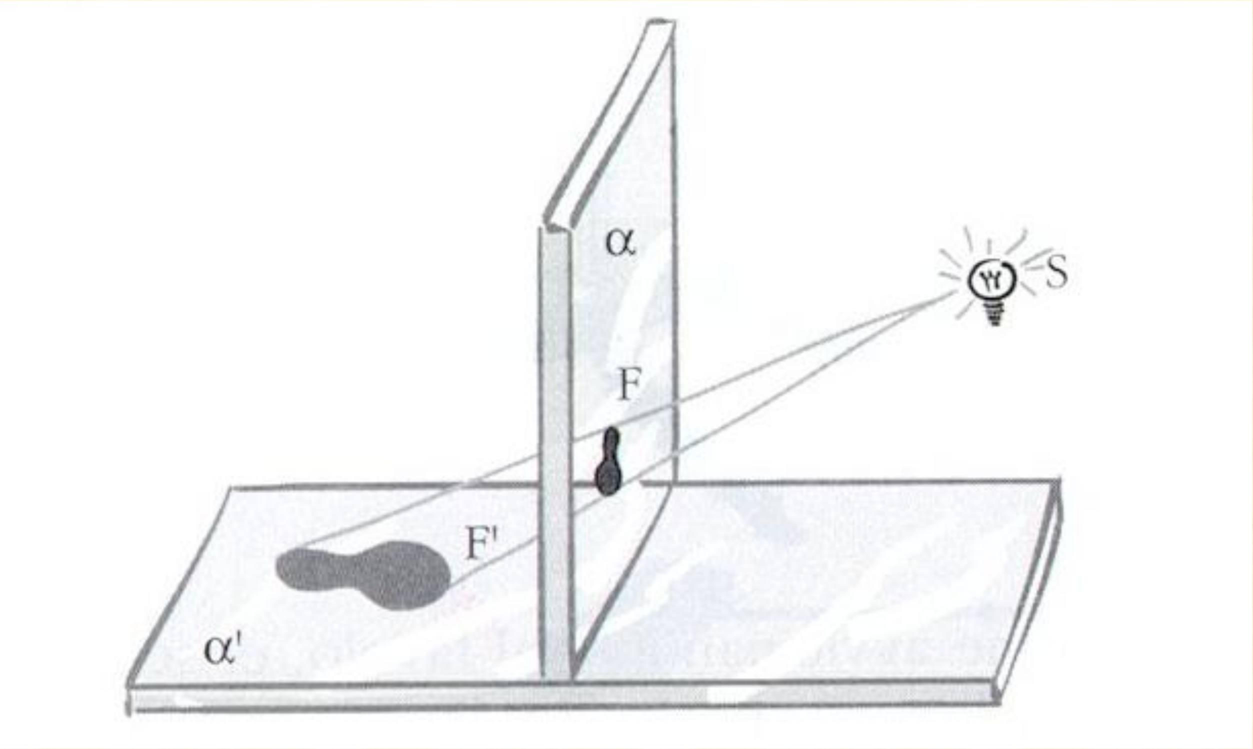
un foglio suddiviso a quadretti come la rete.

Come ovviare alla scomodità di tale procedimento?

Scoprire regole che mettano in relazione gli elementi della figura reale con gli elementi corrispondenti della sezione.

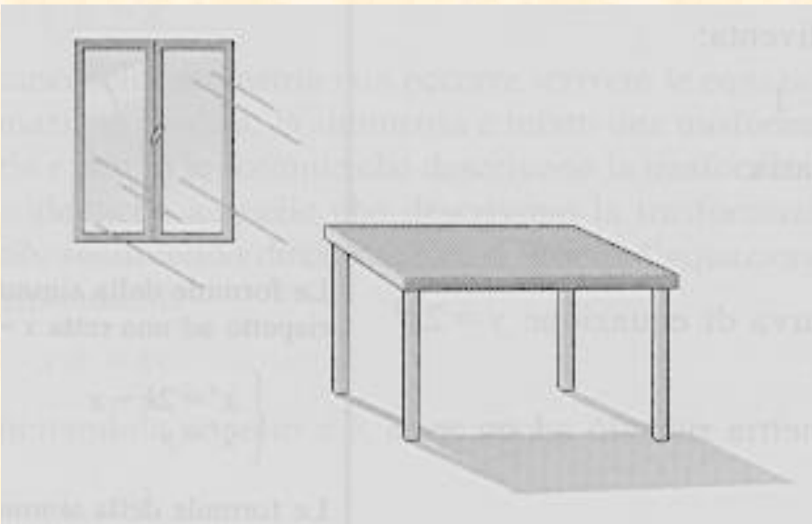
Occorre, cioè, passare alla **matematica**!

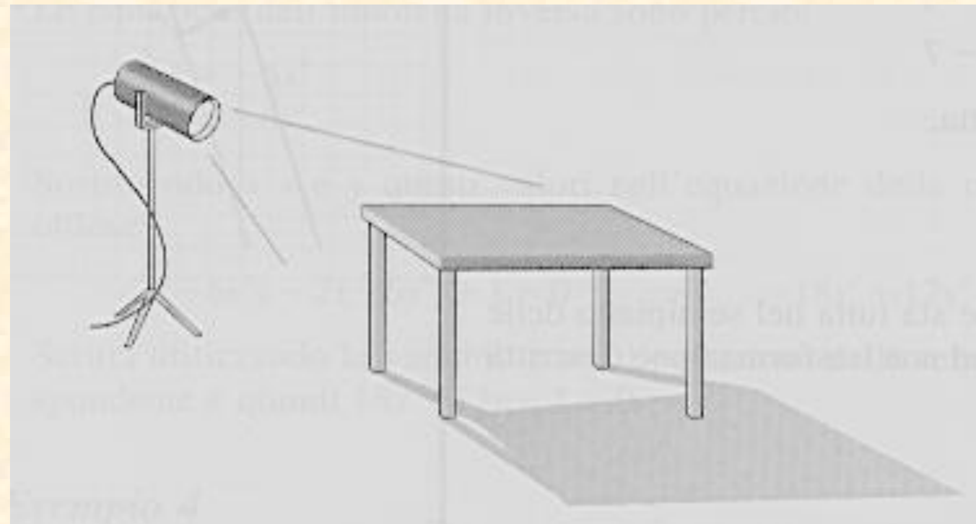
Invertiamo la dichiarazione dell'Alberti: passiamo da una figura sul piano verticale α alla sua ombra su α' illuminando l'ambiente con una lampada S.



Lo studio delle ombre ci darà un'idea di ciò che s'intende per *proiettività*.

Cominciamo con l’osservare che c’è una sostanziale differenza fra l’ombra prodotta dai raggi del sole e l’ombra prodotta da una lampada.





Ciò è dovuto al fatto che il Sole è così lontano che possiamo considerare i suoi raggi, a differenza di quella della lampada, paralleli.

SORGENTE SOLE 

il tavolo è stato trasformato *per affinità*

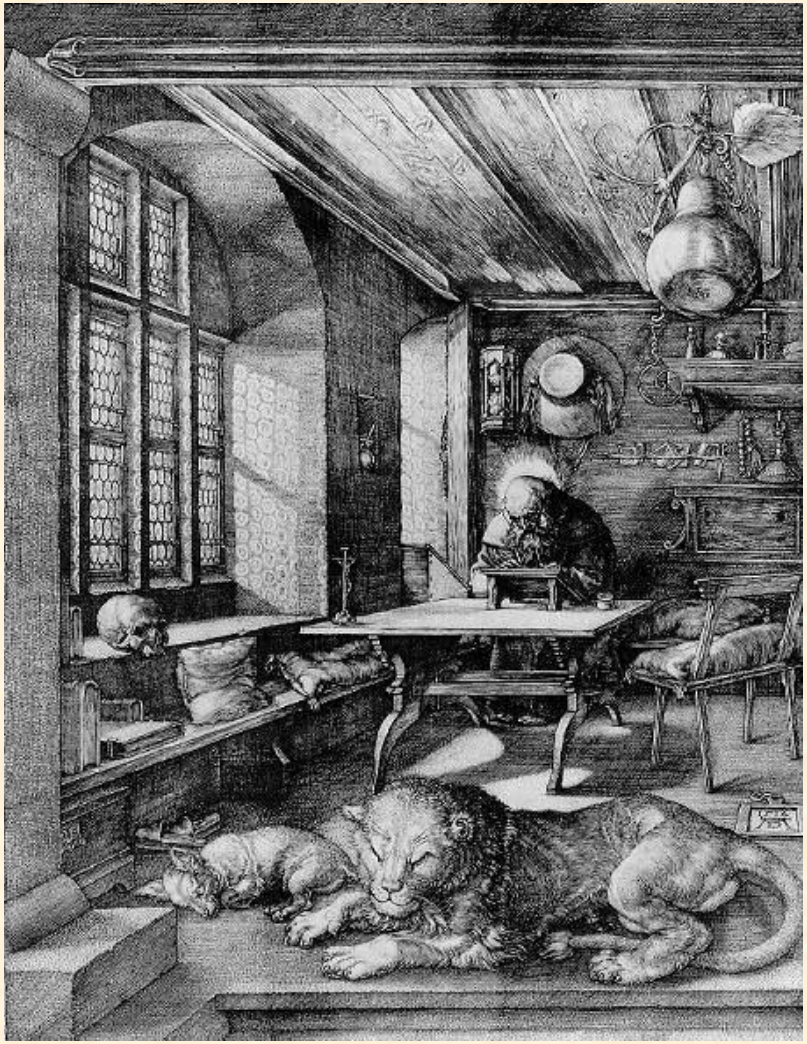
ed il tavolo e la sua ombra sono dette *figure affini*

SORGENTE LAMPADA 

il tavolo è stato trasformato *per proiettività*

ed il tavolo e la sua ombra sono dette *figure proiettive*

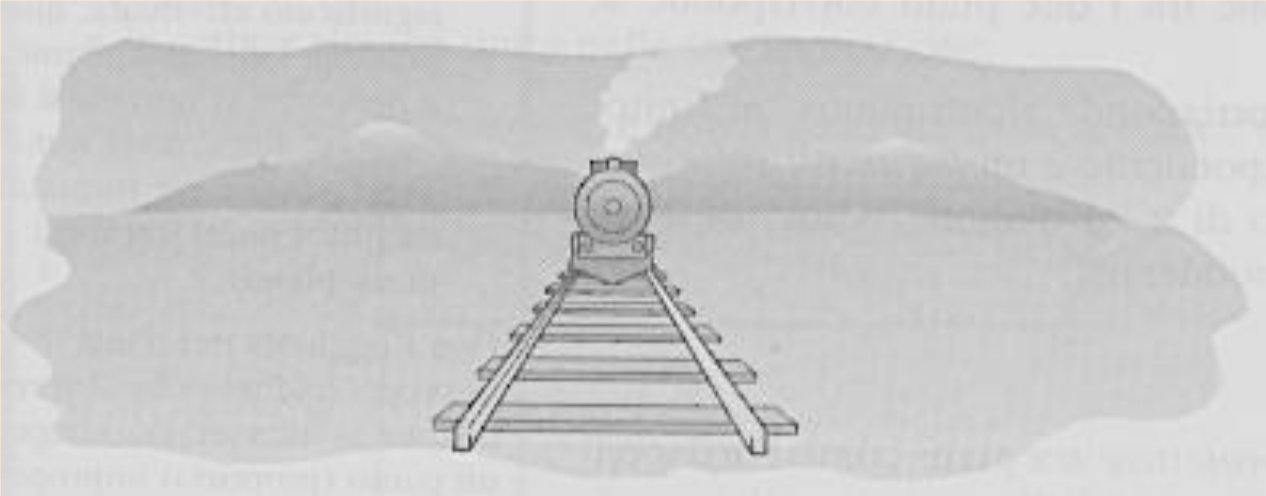
Si definisce **trasformazione affine** o **affinità** *una trasformazione geometrica che mantiene invariato, oltre all'allineamento dei punti, il parallelismo delle rette.*



Tale dipinto è una delle prime rappresentazioni pittoriche in cui viene messa in risalto l'invarianza del parallelismo in un ambiente illuminato dal sole.

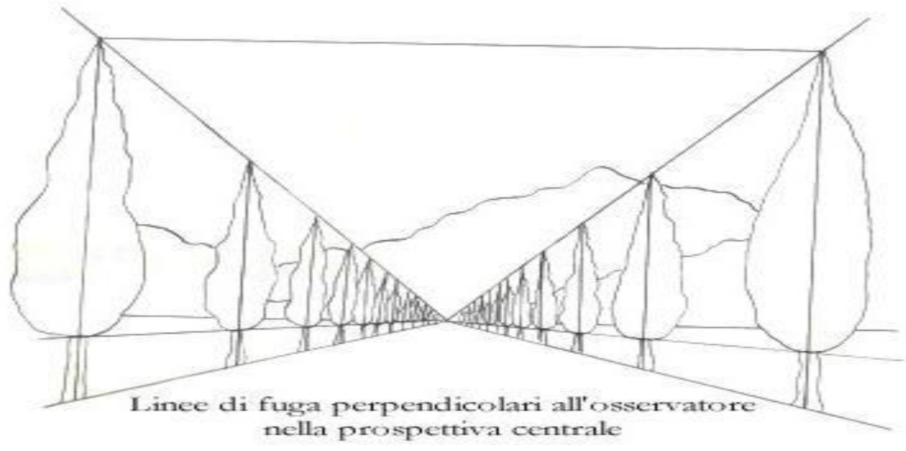
A. Dürer, "Lo studio di S. Girolamo"

Si definisce una **trasformazione proiettiva** una trasformazione geometrica che mantiene inalterato solo l’allineamento dei punti.



Basti pensare alla normale visione prospettica dei binari di una ferrovia: nonostante i binari non si intersechino, noi li vediamo incontrarsi in un punto, definito in disegno "**punto di fuga**", mentre in geometria è un punto della retta di fuga o retta impropria in cui giacciono tutti i punti all’infinito.

Regole fondamentali

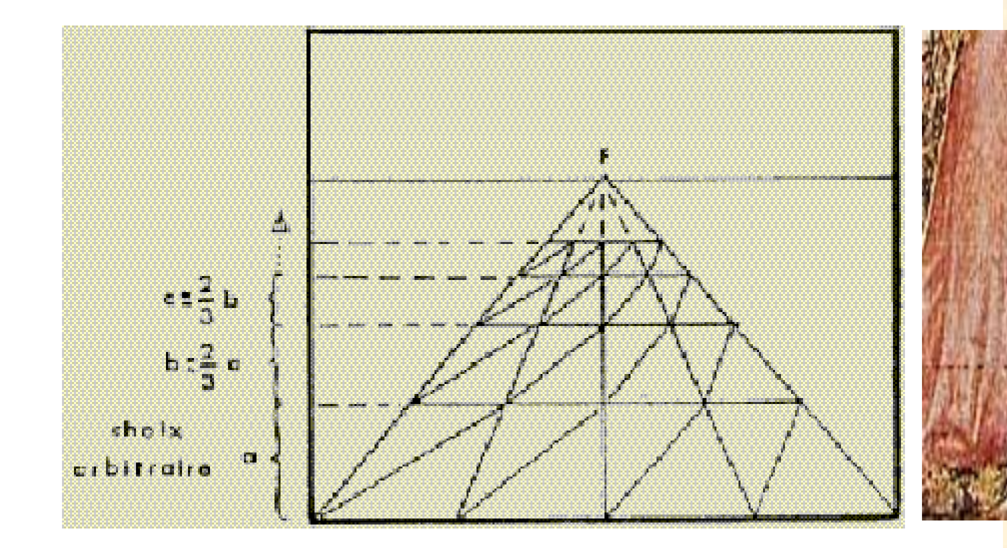


- ***tutte le linee parallele, ma perpendicolari al piano della tela, sono tracciate in modo da incontrarsi nel punto di fuga principale.***

- ***tutte le linee parallele fra loro ed al piano della tela devono essere tracciate come parallele. In particolare le linee verticali decrescono in altezza, invece le linee orizzontali sembrano avvicinarsi sempre più l'una all'altra.***

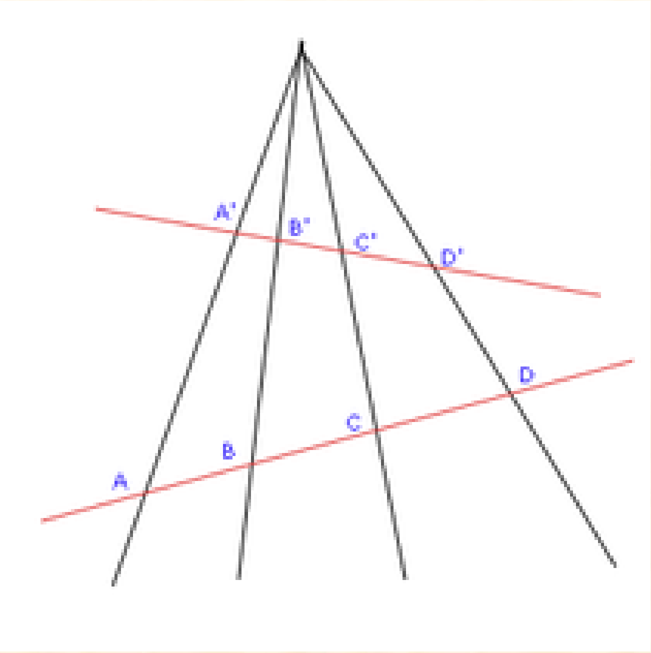
Come determinare la distanza fra le linee orizzontali parallele al piano della tela?

Regola empirica: applicazione sistematica di un rapporto di riduzione pari a 2/3.



Tale procedimento non è corretto: le immagini delle diagonali del pavimento formano delle specie di spirali mentre dovrebbero essere rette.

Occorre, pertanto, rivolgersi alla geometria applicando la proprietà d'**invarianza del birapporto** per proiezioni centrali

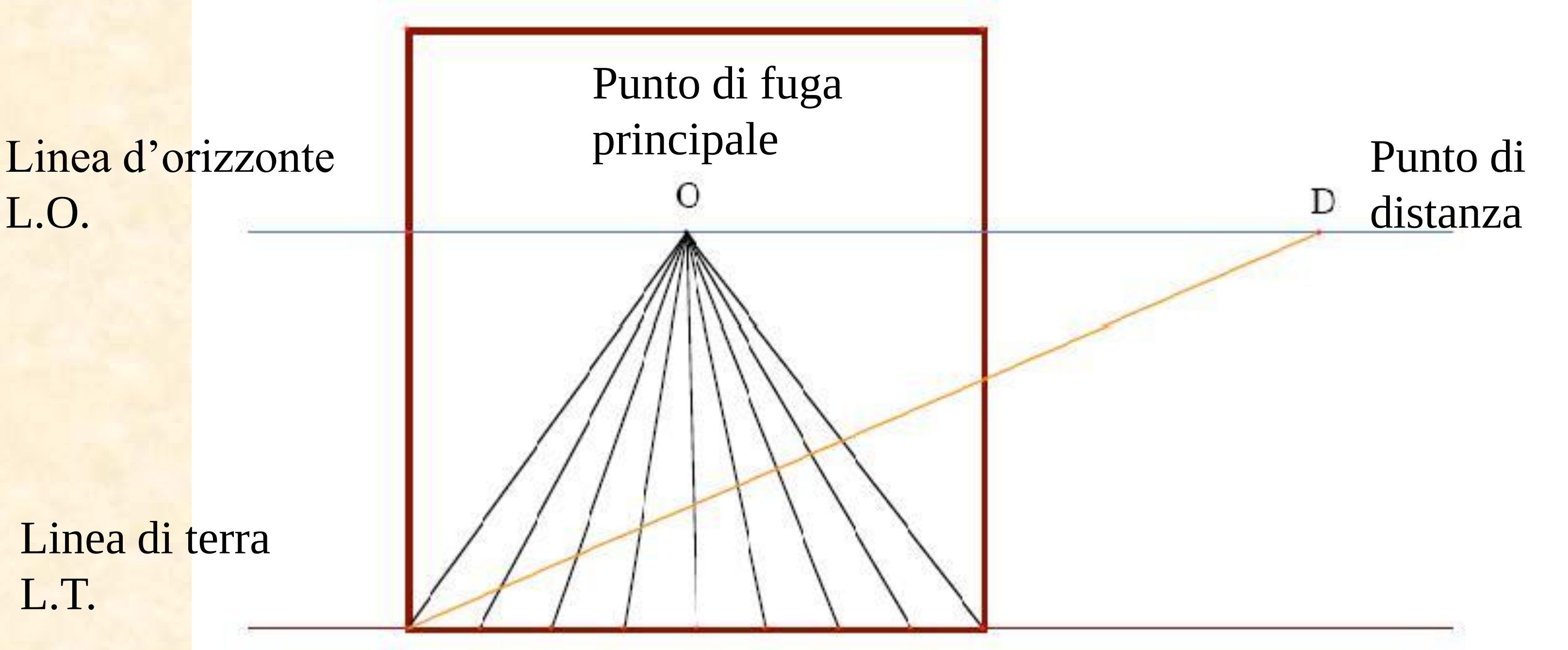


Presi 4 punti allineati A, B, C, D si definisce "birapporto", il rapporto così indicato:

$$\boldsymbol{(ABCD) = \frac{\overline{AC}\,/\,\overline{BC}}{\overline{AD}\,/\,\overline{BD}}}$$

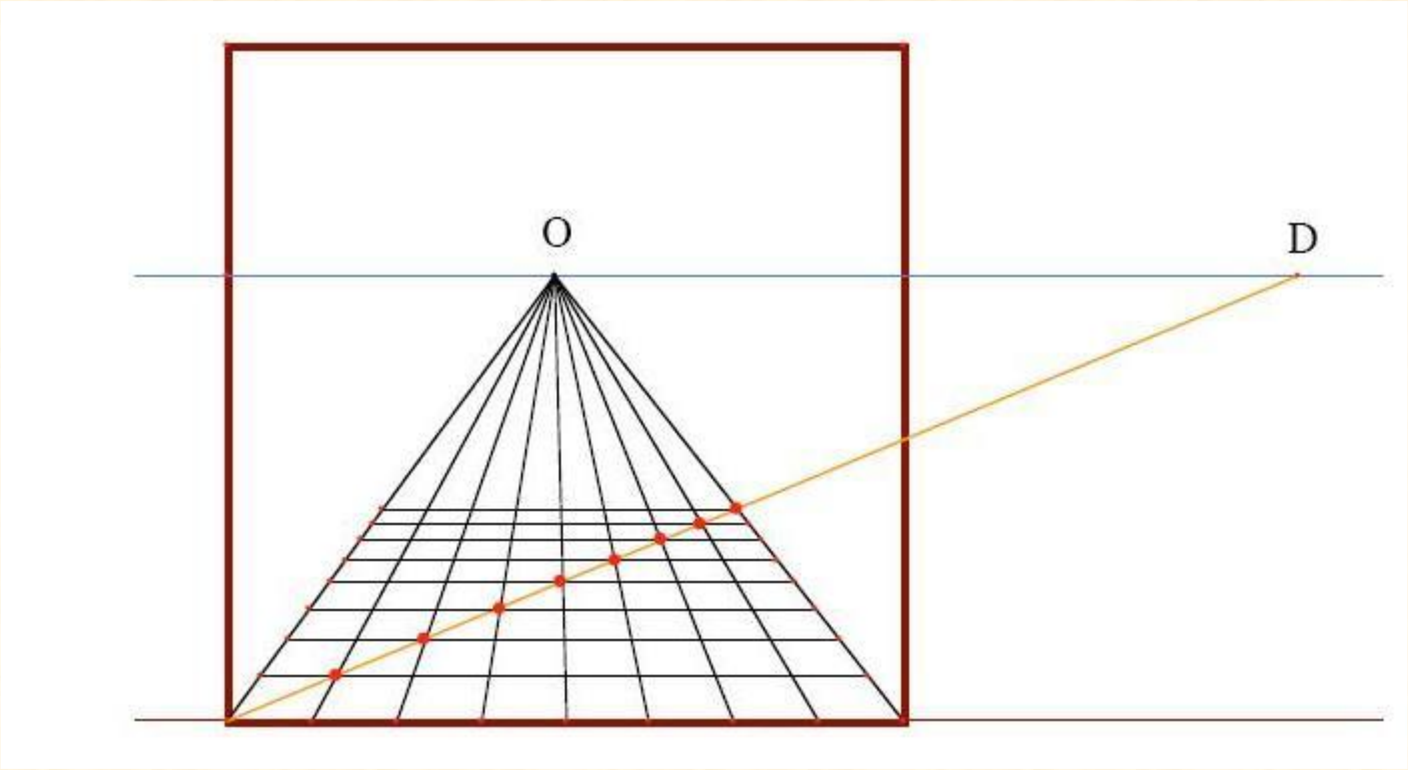
Nel caso di punti equidistanti, ad esempio, il birapporto è 4/3.

Nella pratica viene utilizzato un procedimento detto "**del punto di distanza**"



Su L.O. fissiamo il "punto di distanza" (ovvero il punto di fuga delle rette a 45° con la linea di terra) che determina la lontananza dell'occhio dal quadro.

Trasformiamo le rette perpendicolari a L.T. in segmenti che concorrono nel punto A e tracciamo la diagonale che concorre in D



Per i punti d'intersezione individuali dalla diagonale mandiamo le parallele ottenendo la quadrettatura del piano in prospettiva.

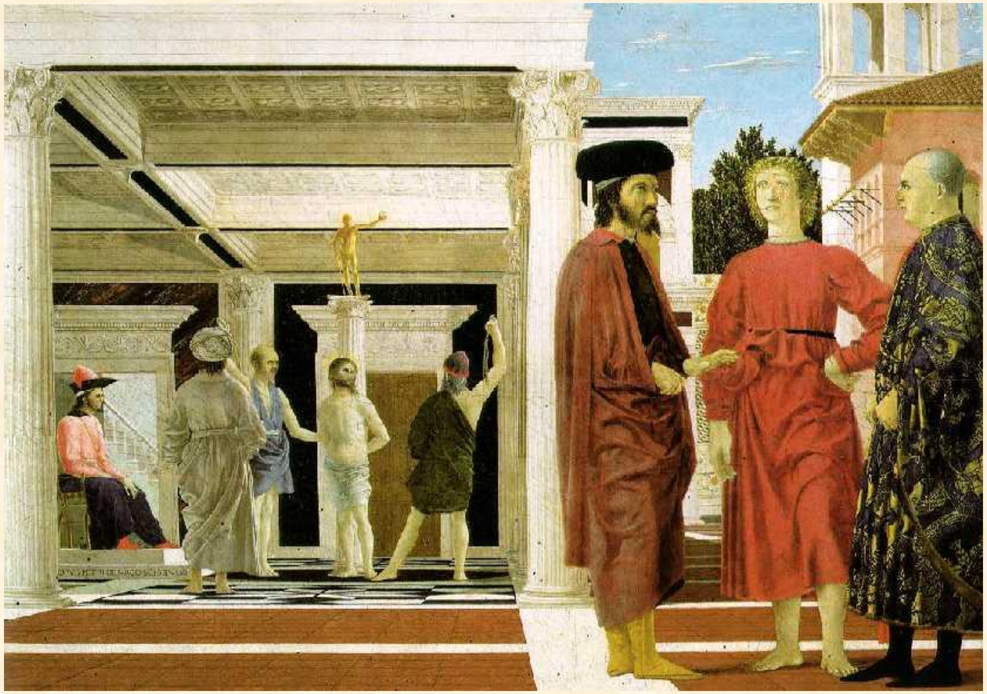
Un’altra famosa opera sulla prospettiva è il “*Trattato della pittura*” (intorno al 1500) di Leonardo da Vinci.
Essa inizia con l’avvertimento:

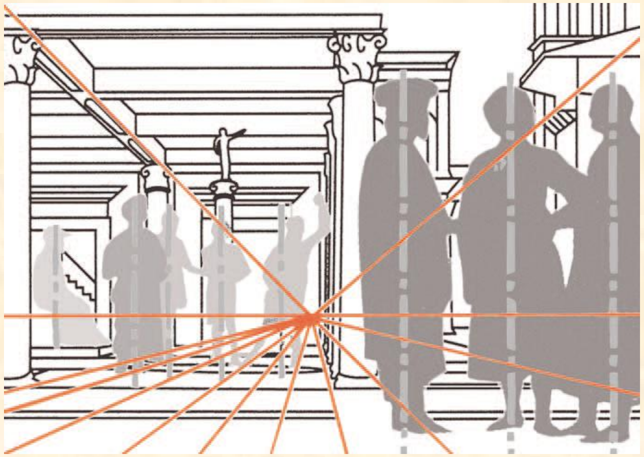
“***non mi legga chi non è matematico nelli mii principi***”

Si aggiunge la **PROSPETTIVA AEREA**

*Leonardo, “**La Vergine delle rocce**” , 1483-1486 (Louvre)*

Il primo, vero trattato organico ed analitico sulle regole della prospettiva si deve al grande pittore Piero della Francesca con il suo "*De perspectiva pingendi*" (1475).



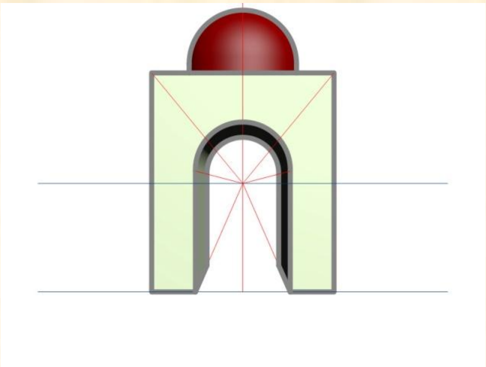


*Piero della Francesca, **"La flagellazione di Cristo"** 1450 - 1460, Galleria Nazionale, Urbino*

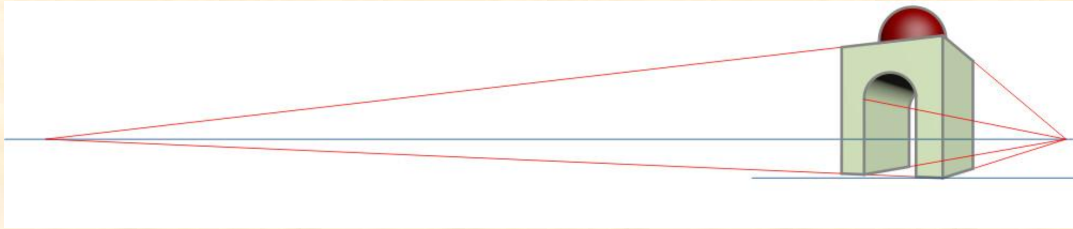
In esso i problemi della rappresentazione prospettica sono sviluppati costantemente su basi geometriche euclidee ed offrendo esempi operativi riferiti non solo a complesse forme geometriche e architettoniche, ma a qualsivoglia forma naturale.

TIPI DI PROSPETTIVA

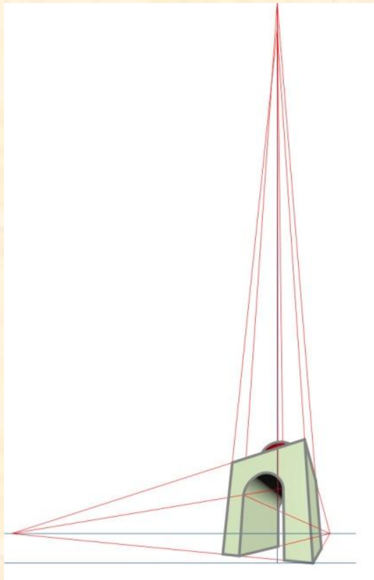
Prospettiva centrale
L’oggetto rappresentato ha uno dei lati parallelo al quadro di proiezione. E’ presente un solo punto di fuga.



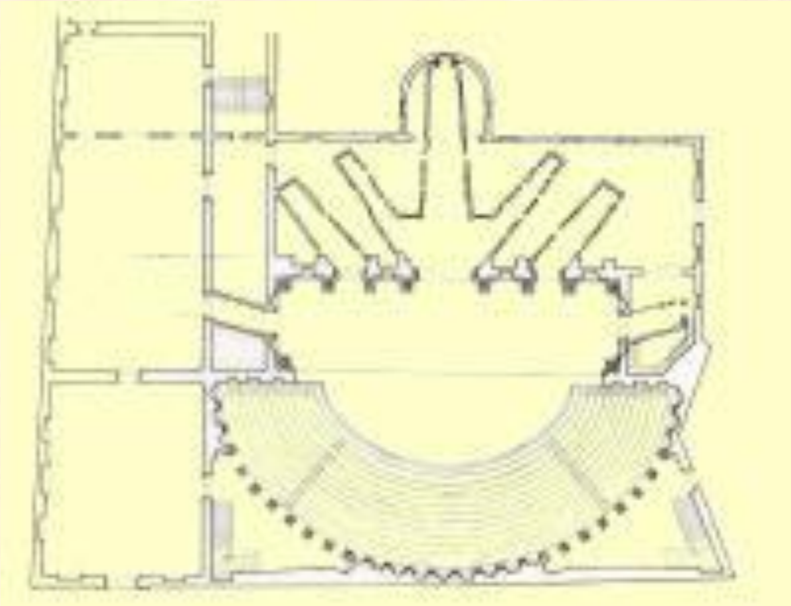
Prospettiva accidentale
L’oggetto rappresentato è genericamente orientato rispetto al quadro di proiezione (le verticali sono parallele al quadro) . Vi sono, generalmente, due punti di fuga.



Prospettiva su quadro inclinato
L’oggetto rappresentato è genericamente orientato rispetto al quadro di proiezione anche verticalmente (le verticali non sono parallele al *quadro che risulta inclinato rispetto al piano di rappresentazione*). Vi sono, generalmente, tre punti di fuga.



1583: nasce la prospettiva ***"ad effetto"***

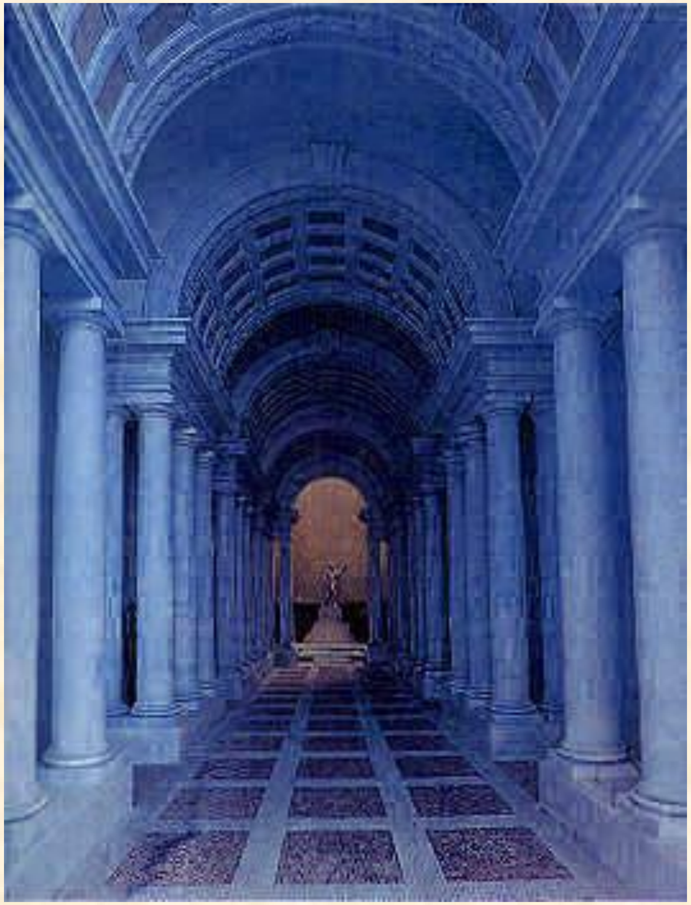


Teatro Olimpico di Vicenza

Vincenzo Scamozzi realizza per ogni corridoio il ***pavimento in leggera salita*** ed il ***soffitto in leggera discesa*** per accentuare la sensazione della loro lunghezza.

Nel 1640 anche ***Francesco Borromini*** usa la prospettiva ad effetto:

- ✓ ***lieve salita del pavimento***
- ✓***lieve discesa del soffitto***
- ✓***distanza decrescente delle colonne***



Galleria prospettica a colonne, *Palazzo Spada, Roma*

1754: nasce la prospettiva ***umoristica***

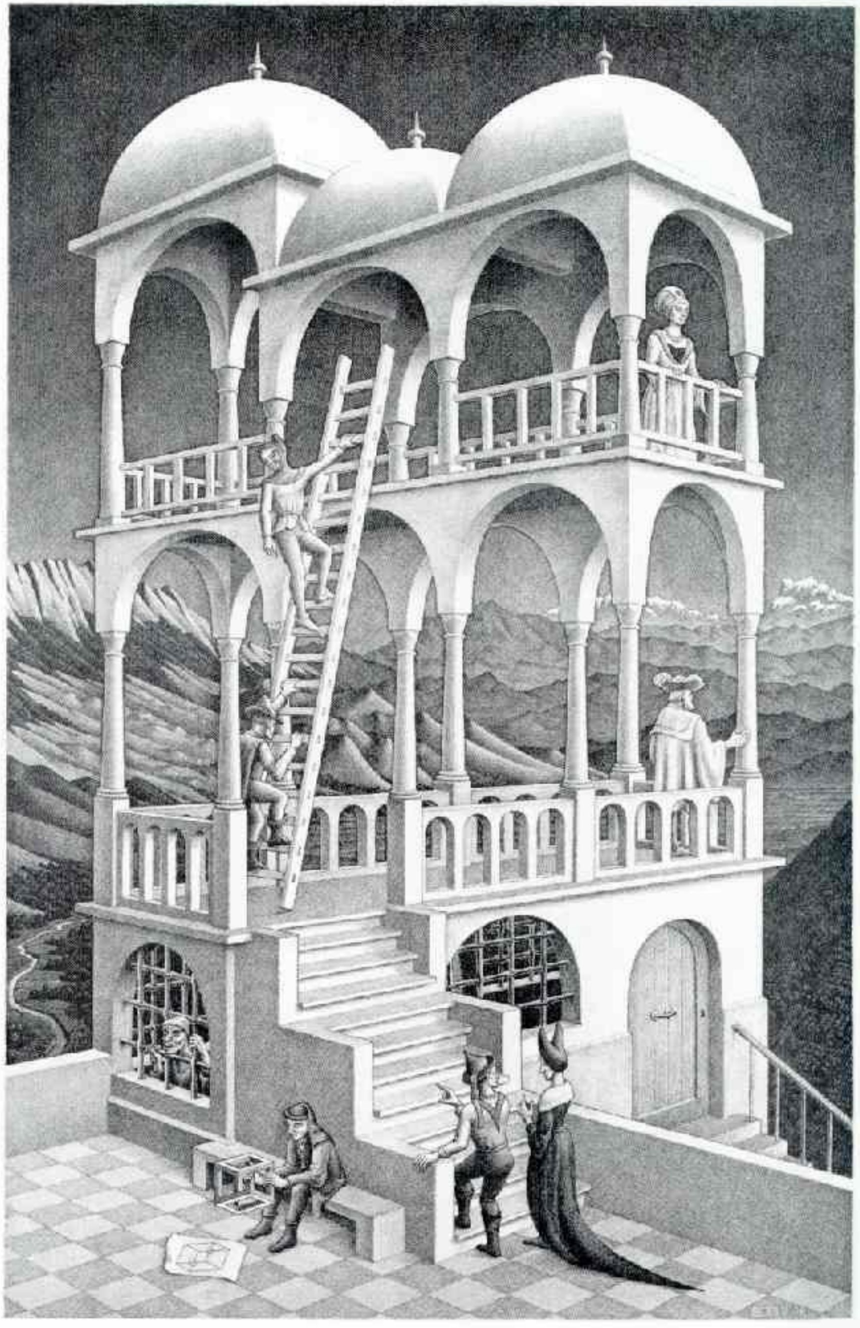
William Hogarth,
"***Dr. B. Taylor's method of perspective made easy***"

Distorcendo le regole della prospettiva si ottiene la rappresentazione di realtà ridicola ed impossibile! Provate a scoprire ciò che non va…

L’incisore olandese Escher (1898-1972) spinge alla perfezione queste tecniche prospettiche impossibili. Così egli spiega questa sua scelta artistica:

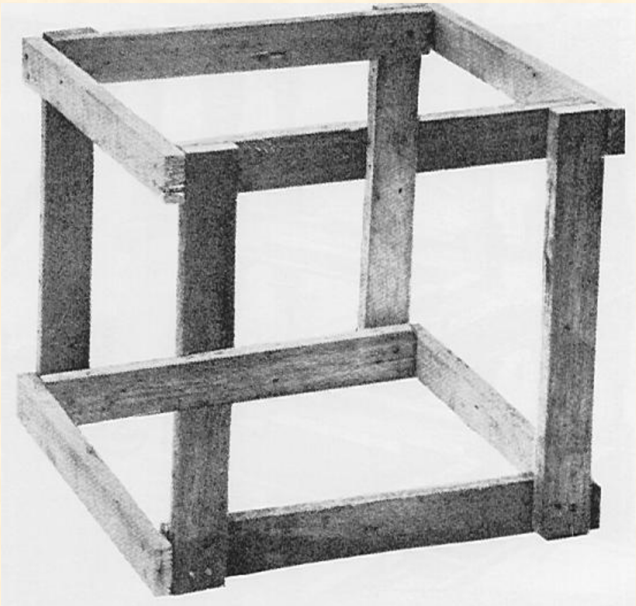
"Affrontando gli enigmi che ci circondano, e considerando e analizzando le mie osservazioni, sono finito nel dominio della matematica. Benché mi manchino completamente educazione e conoscenza scientifiche, spesso mi sembra di avere più in comune con i matematici che con i miei colleghi artisti".

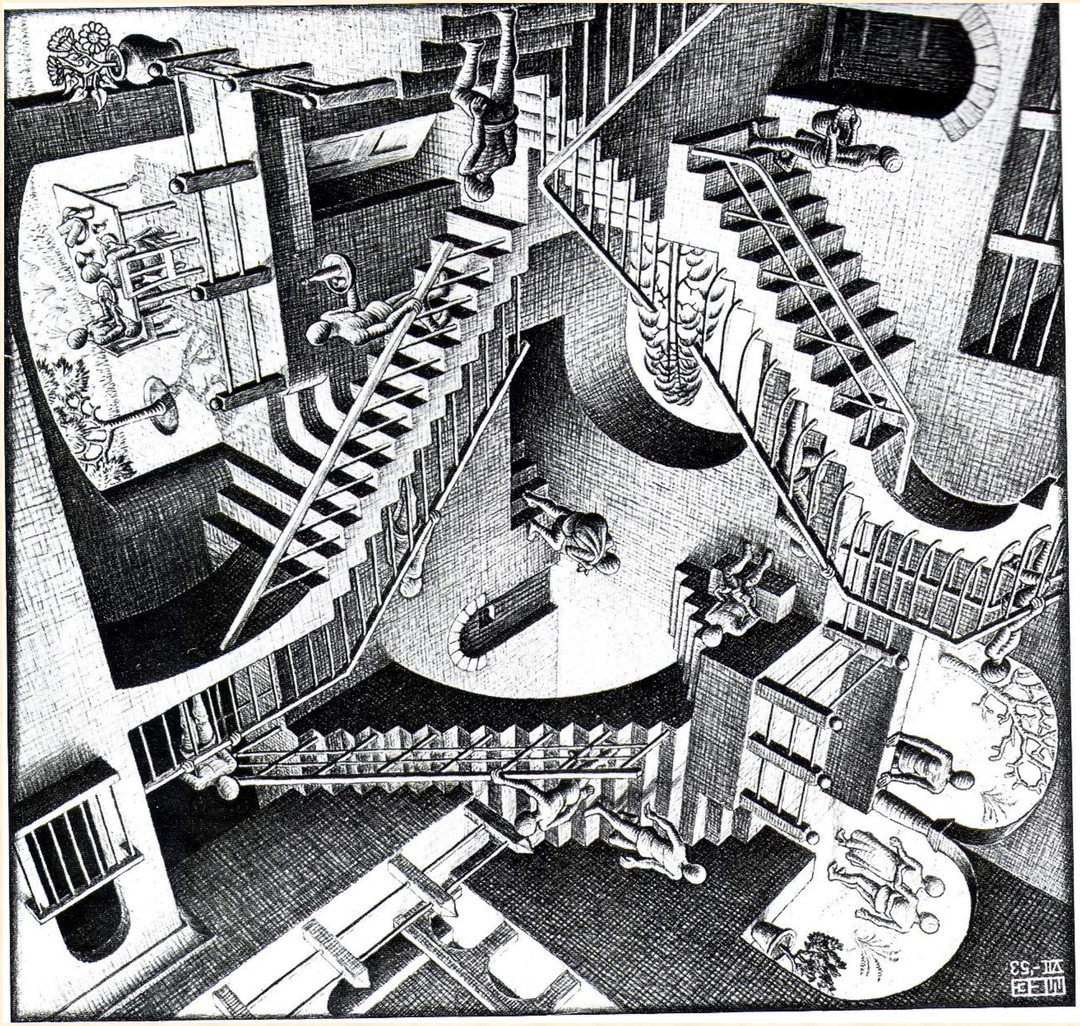
Escher sottopone le leggi classiche della prospettiva a ricerche critiche e trova nuove leggi che sperimenta direttamente sulle sue stampe, dando vita, in tal modo, a mondi inesistenti e pieni di suggestione fantastica.



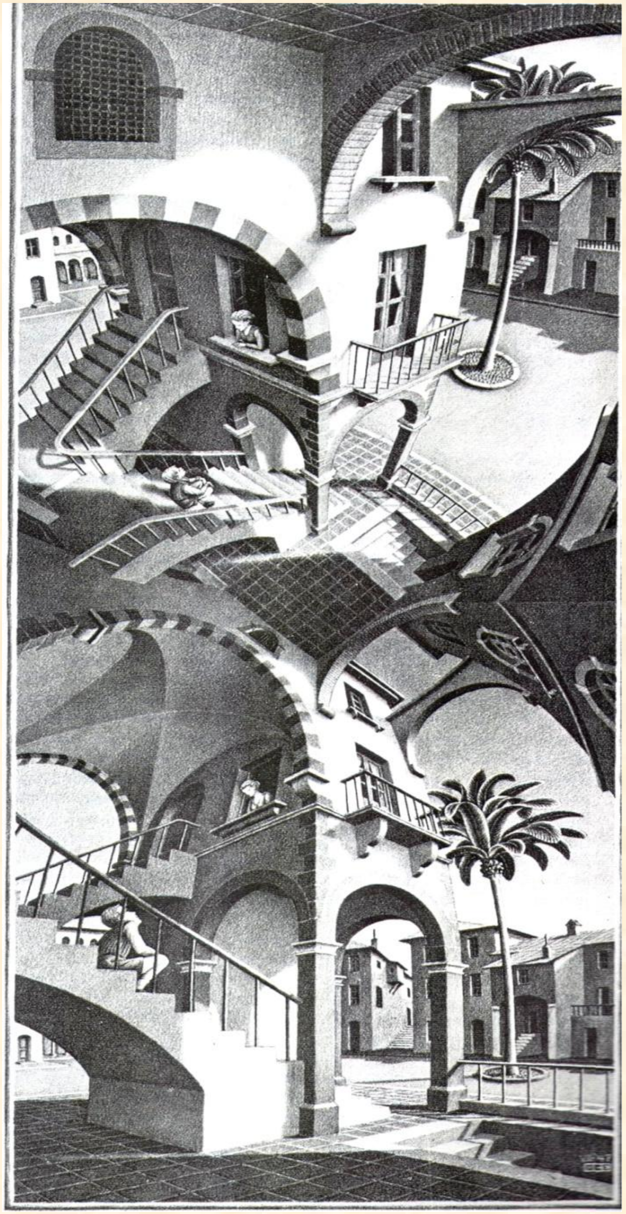
*Escher, “**Belvedere**”, litografia, 1958*

Particolare di “Belvedere”:
il cubo di Necker





Escher, ***“Relatività”***, litografia, 1953



*Escher, **“Su e giù”**, litografia, 1958*

Con quest’opera si afferma la grande scoperta innovativa di Escher nel campo della prospettiva: ***le linee verticali curve concordano meglio di quelle rette con la nostra percezione dello spazio***