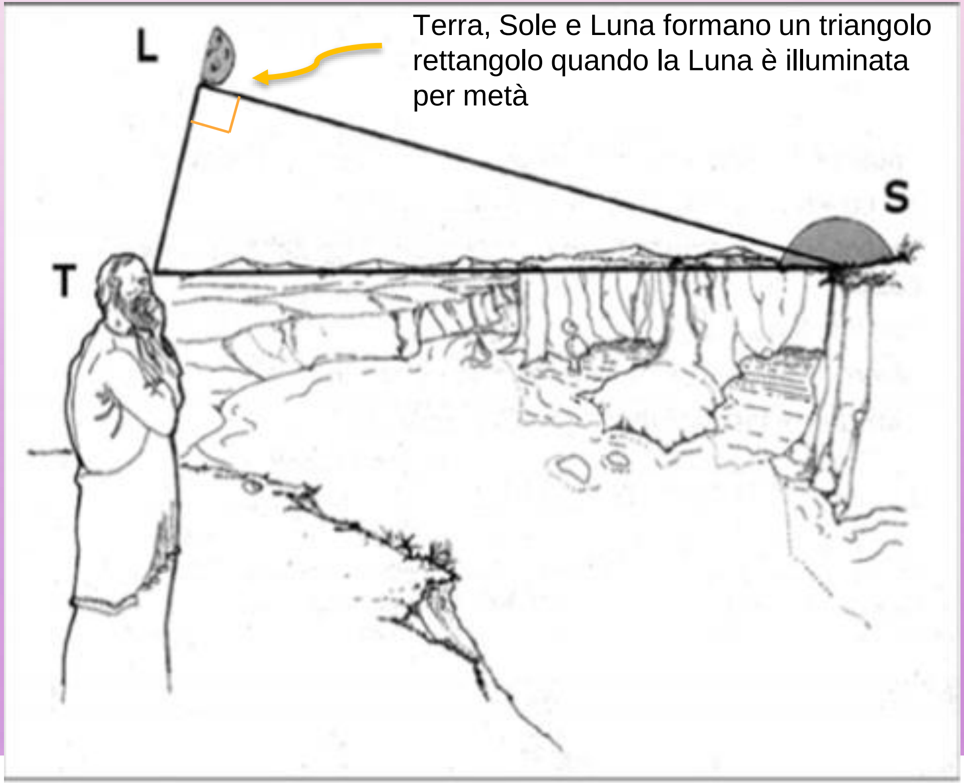
Applicazioni della trigonometria nella realtà

a cura di Angelo De Sessa, Nicole Fumai, Simona Grandolfo,
Gaia Turino e Giovanni Zaccaria della classe 2H, a.s. 2019-2020

La Trigonometria nella Astronomia - Angelo De Sessa



Stabilire rapporto tra le distanze medie terra-sole e terra-luna (Aristarco di Samo,310-230 a.c. circa)

TL = distanza terra-luna
TS= distanza terra-sole
L$\hat{T}$S= angolo fra le visuali del sole e della luna.

$\hat{T}$ = 90°- 1/30 di quadrante = 90°-3°= 87°

Aristarco concluse che il Sole è 19 volte più lontano della Luna.

In realtà, l’angolo fra TL e TS è 89°51’ che porta a una distanza Terra Sole 382 volte più grande di quella Terra-Luna.
Ciò che conta, però, non è la precisione, ma il procedimento razionale con cui gli antichi greci riuscirono a calcolare grandezze astronomiche.

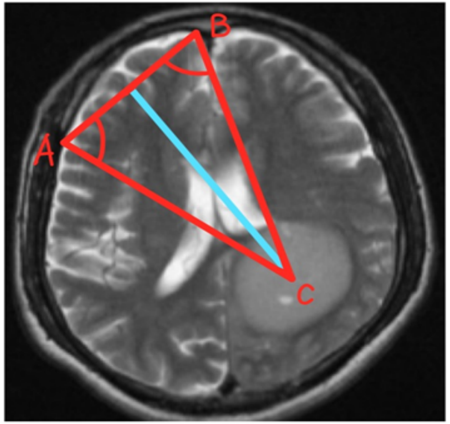
$$\overline{TL} = \overline{TS} \cdot \cos(L\hat{T}S)$$

$$\overline{TS} = \frac{1}{\cos(L\hat{T}S)} \cdot \overline{TL}$$

$$\overline{TS} = \sec 87^\circ \cdot \overline{TL}$$

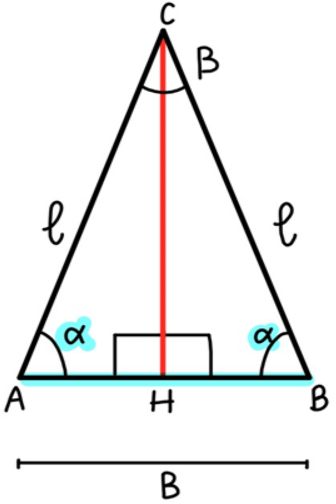
$$\overline{TS} = 19{,}1 \cdot \overline{TL}$$

La Trigonometria nella Medicina



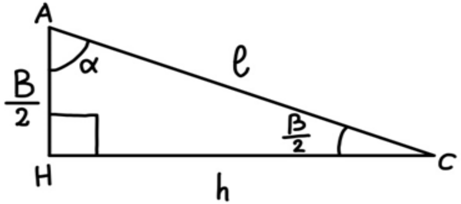
Determinare la posizione specifica di un tumore nel cervello dall'immagine che viene creata attraverso l'imaging a risonanza magnetica.

Costruiamo un triangolo isoscele con il vertice nel tumore



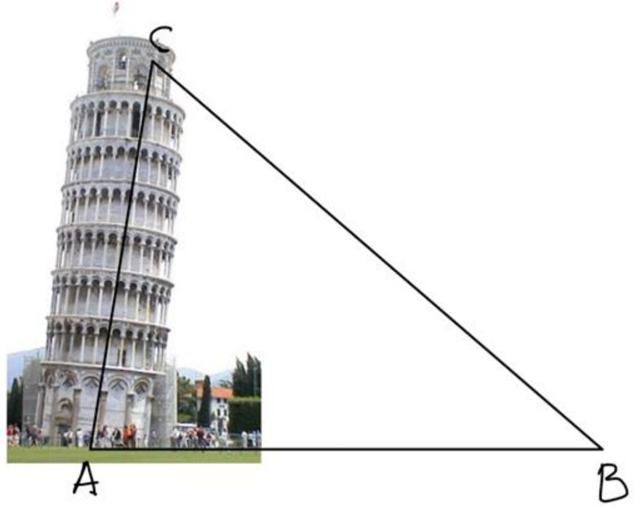
$\overline{CH} = h = ?$

sono noti : B e α



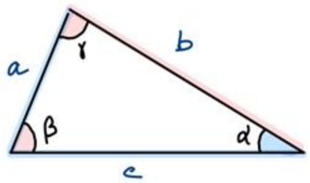
utilizzo il II teorema dei triangoli rettangoli → $h = \dfrac{B \cdot \tan\alpha}{2}$

La Trigonometria nella Topografia



Ricavare, posizionatisi in un punto B a distanza c dalla base, la inclinazione della torre β e la distanza b del punto B dalla cima della torre C

- Lo strumento per calcolare α è il TEODOLITE



elementi a disposizione

$a ; c ; \alpha$

elementi da trovare

$b ; \gamma ; \beta$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma} \rightarrow \text{ricaviamo } \gamma \rightarrow \sin\gamma = c \cdot \frac{\sin\alpha}{a};$$

$$\beta = 180° - (\alpha + \gamma) \rightarrow \text{troviamo } b \Rightarrow b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta}$$

CASI POSSIBILI

$\sin\gamma > 1 \rightarrow$ impossibile

$\sin\gamma \leq 1 \rightarrow$ ricaviamo γ

- $\sin\gamma = 1 \rightarrow 1$ soluzione: $\gamma = \arcsin\left(\frac{c}{a} \cdot \sin\alpha\right)$
- $0 < \sin\gamma < 1 \rightarrow 2$ soluzioni: γ_1 e γ_2
  - $\gamma_1 = \arcsin\left(\frac{c}{a} \cdot \sin\alpha\right)$
  - $\gamma_2 = \pi - \arcsin\left(\frac{c}{a} \cdot \sin\alpha\right)$

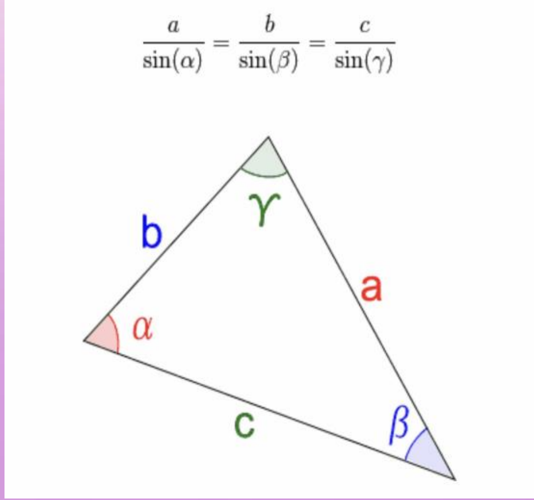
La Trigonometria per calcolare l'altezza di una montagna

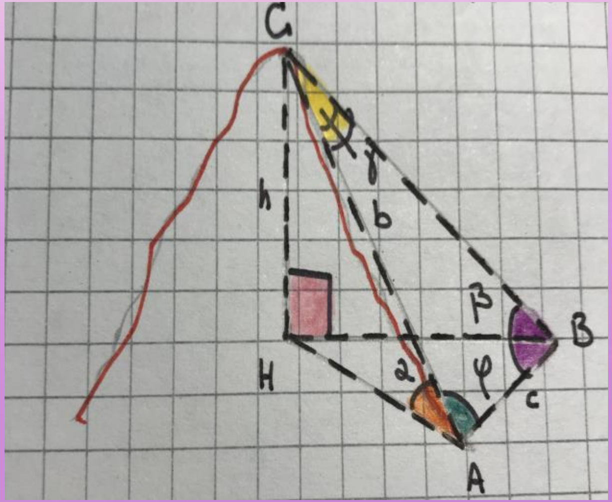
Il teorema dei seni enuncia che in un triangolo le misure dei lati sono proporzionali ai seni degli angoli opposti.

→

APPLICAZIONE NELLA PRATICA

Calcolare l'altezza di una montagna





PROCEDIMENTO

Avendo: *lunghezza di* **c,***ampiezza di* **α,β,φ** *e* **A** *ed* **H** *presi in un piano orizzontale*

APPLICAZIONE DEL TEOREMA SU $\overset{\triangle}{ABC}$:

$$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} \qquad \gamma = 180° - (\beta+\varphi) \rightarrow \sin\gamma = \sin(\beta+\varphi)$$

$$\triangleright\; b = \frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\varphi)} \cdot c$$

APPLICAZIONE DEL TEOREMA SU $\overset{\triangle}{ACH}$:

$$h = b \cdot \sin\alpha \rightarrow h = \frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\varphi)} \cdot \sin\alpha \cdot c$$

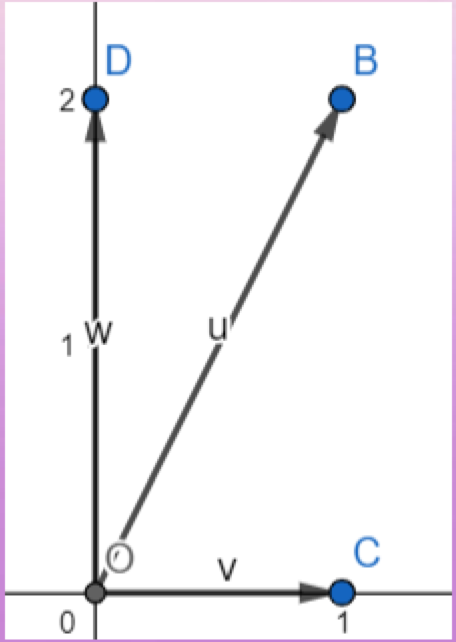
La Trigonometria nella Fisica

I VETTORI, FORMA CARTESIANA E FORMA POLARE

Possiamo identificare univocamente il vettore $\overrightarrow{OB}$ con la coppia ordinata (x,y) delle coordinate del punto del piano B a cui è associato il vettore u.

Talvolta (per esempio per operare il prodotto scalare) conviene rappresentare il vettore in forma polare, ovvero esplicitando non le coordinate del punto a cui il vettore è associato, bensì l’angolo che forma con l’asse delle x e il suo modulo. Come trasformare un vettore scritto in forma cartesiana in forma polare? La risposta è quasi banale se sfruttiamo i teoremi della trigonometria:

$$|u| = \sqrt{x_B^2 + y_B^2}$$



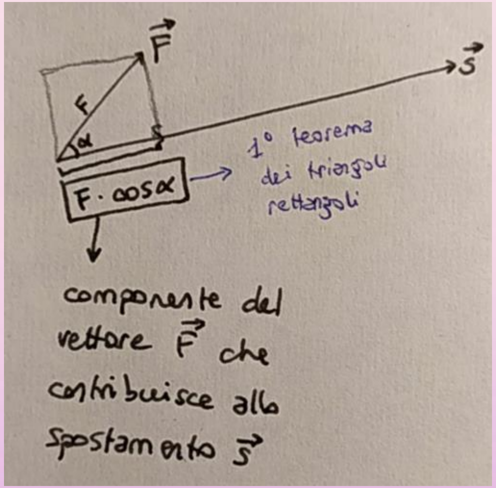
Applicando il teorema di pitagora troviamo il modulo. L’angolo α che il vettore forma con l’asse delle x gode della seguente proprietà:

$$\tan(\alpha) = \frac{y_B}{x_B}$$

$$x_B \geq 0 \to \alpha = \arctan\left(\frac{y_B}{x_B}\right)$$

$$x_B < 0 \to \alpha = \pi + \arctan\left(\frac{y_B}{x_B}\right)$$

Prodotto scalare fra due vettori



In fisica il lavoro di una forza tiene conto solamente del contributo della componente della forza parallela al vettore spostamento.

Pertanto esso è dato dal prodotto scalare fra la forza e lo spostamento, che è proprio il prodotto fra il modulo di uno dei due vettori per la proiezione dell'altro vettore sul primo.

$$F \cdot s \; = (\; |F| \cdot \cos(\alpha)) \cdot |s|$$

ovvero la proiezione di $\vec{F}$ su $\vec{s}$ per il modulo di s:

$$F \cdot s \; = \; |F||s| \cdot \cos(\alpha)$$

spesso nella forma: prodotto dei moduli per il coseno dell'angolo compreso.

Ne deriva che la formula per trovare l'angolo α fra fr i due vettori si può trovare nel seguente modo:

come si trova α?

Sapendo che $\vec{v} \cdot \vec{w} = v \cdot w \cdot \cos\alpha$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{v \cdot w} \Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{v \cdot w}\right)$$